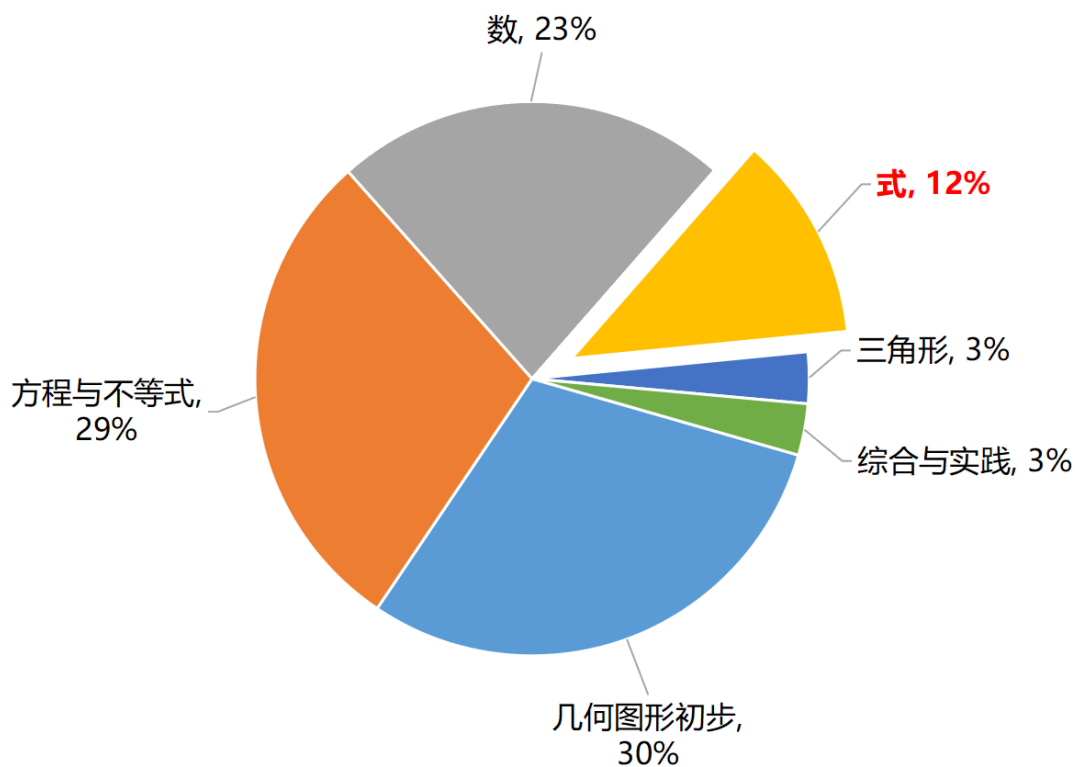


第一讲 整式基础

知己知彼



知识点	难度	考频
单项式	★★	中
多项式	★★★	中
整式的定义、分类	★★	高
整式的计算	★★★	高
化简求值	★★★	高

一、单项式

	定义	举例
代数式	用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把____和表示____连接起来的式子叫做代数式，单独的____或____也是 代数式 。	
单项式	只含有____或者____的乘积，这样的式子被称为 单项式	
单项式系数	在单项式中，它的____叫做单项式的系数	
单项式次数	在单项式中，所有字母的____叫做这个单项式的次数	

【备注】

	定义	举例
代数式	用基本的运算符号（运算包括加、减、乘、除、乘方与开方等）把 数 和表示 数的字母 连接起来的式子叫做代数式，单独的一个 数 或一个 字母 也是代数式。	$1; m; 1 + m; 1 + 2m$
单项式	只含有 数字 或者 字母 的乘积，这样的式子被称为 单项式	$1; 2; \frac{3}{\pi}; 3\pi$
单项式系数	在单项式中，它的 数字因数 叫做单项式的系数	$-8xy - (-8)$ $3\pi m - 3\pi$
单项式次数	在单项式中，所有字母的 指数和 叫做这个单项式的次数	$2a^2b^3 - 5$

代数式书写规范	举例
数与字母相乘、字母与字母相乘、数字与括号相乘、字母与括号相乘、括号与括号相乘，通常将乘号写作“ <u>·</u> ”或 <u>省略不写</u> 。	如 $m \times n$ 可以写成 <u>$m \cdot n$</u> 或 <u>mn</u> 。
数与字母相乘，数写在字母前面。	如 $3 \times a$ 可以写成 <u>$3 \cdot a$</u> 或 <u>$3a$</u>
数字因数为“1”或“-1”时，常省略“1”。	如 $1 \times ab$ 写成 <u>ab</u> ， $-1 \times ab$ 写成 <u>$-ab$</u>
当数字因数为带分数时，要写成假分数。	如 $2\frac{1}{3}ab$ 要写成 <u>$\frac{7}{3}ab$</u>
除法运算要用分数线。	如 $1 \div a$ 写成 <u>$\frac{1}{a}$</u>
式子后面有单位且式子是和或差的形式时，应把式子用括号括起来。	如 $(5m + 3n)$ 元， $(x + 7)m$ 。

举个"栗子"

栗子1

1. 下列各式符合代数式书写规范的是()

- A. $a8$ B. $\frac{s}{t}$ C. $m - 1$ 元 D. $1\frac{2}{5}x$

【答案】 B

【解析】 解：数字应该在字母前；
 加减式加单位要用括号；
 数字和字母的乘积，带分数应该化为假分数，
 所以A、C、D错误，故选：B。

【标注】【知识点】代数式的书写规则

2. 有一两位数，其十位数字为 a ，个位数字为 b ，将两个数颠倒，得到一个新的两位数，那么这个新两位数十位上的数字与个位数字的和与这个新两位数的积用代数式表示()。

- A. $ba(a + b)$ B. $(a + b)(b + a)$ C. $(a + b)(10a + b)$ D. $(a + b)(10b + a)$

【答案】D

【解析】新两位数的数字之和是 $(a+b)$ ，
新两位数应表示为 $(10b+a)$ ，
所以可列代数式为 $(a+b)(10b+a)$ 。

【标注】【知识点】列代数式

栗子2

3. 下列代数式中：① $-2x^4$ ，② -3 ，③ mn ，④ $-\frac{a+b}{5}$ ，⑤ $\frac{1}{x}$ 是单项式的有（ ）。
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】① $-2x^4$ ，② -3 ，③ mn 是单项式，④ $-\frac{a+b}{5}$ 是多项式，⑤ $\frac{1}{x}$ 是分式。

【标注】【知识点】单项式的定义

4. 下列说法中正确的是（ ）。
- A. $\frac{x+y}{2}$ 是单项式 B. $-\pi x$ 的系数为 -1 C. -5 不是单项式 D. $-5a^2b$ 的次数是3

【答案】D

【解析】A： $\frac{x+y}{2} = \frac{x}{2} + \frac{y}{2}$ 多项式，故错误。

B： $-\pi x$ 系数为 $-\pi$ ，故错误。

C： -5 是单项式，故错误。

D： $-5a^2b$ 的次数是各字母指数之和为3，故正确。

【标注】【知识点】多项式的定义

【知识点】整式的定义

【知识点】单项式的定义

栗子3

5. 写出下列单项式的系数和次数：

单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	3^4m^2n	$-\frac{2^2x^2y^3}{5}$

系数						
次数						

【答案】

单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	$3^4 m^2 n$	$-\frac{2^2 x^2 y^3}{5}$
系数	1	$\frac{1}{9}$	-1	2π	81	$-\frac{4}{5}$
次数	3	2	4	2	3	5

【解析】

单项式	x^3	$\frac{mn}{9}$	$-a^2bc$	$2\pi a^2$	$3^4 m^2 n$	$-\frac{2^2 x^2 y^3}{5}$
系数	1	$\frac{1}{9}$	-1	2π	81	$-\frac{4}{5}$
次数	3	2	4	2	3	5

【标注】【题型】求单项式的系数和次数

栗子4

6. 若 $-\frac{3}{2}x^2y^{2x-1}$ 是五次单项式，那么 x 的值为（ ）。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【解析】 $\because -\frac{3}{2}x^2y^{2x-1}$ 是五次单项式，
 $\therefore 2 + 2x - 1 = 5$ ，解得： $x = 2$ 。

【标注】【知识点】由单项式的次数和系数求参数的值

二、多项式

	定义	举例
多项式	几个单项式的____叫做多项式	$mn - 3$
多项式的项	每个____叫做多项式的项，不含字母的项叫做_____.	多项式 $x^2 - 3x + 2$ ，它的项分别是 x^2 ， $-3x$ ，常数项是2.
多项式的次数	多项式中，_____的次数，叫做这个多项式的次数.	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 次数是5
多项式的命名	通常以它的____和____来命名，称几次几项式.	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 是五次三项式

【备注】	定义	举例
多项式	几个单项式的 和 叫做多项式	$mn - 3$
多项式的项	每个 单项式 叫做多项式的项，不含字母的项叫做 常数项 .	多项式 $x^2 - 3x + 2$ ，它的项分别是 x^2 ， $-3x$ ，常数项是2.
多项式的次数	多项式中， 次数最高项 的次数，叫做这个多项式的次数.	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 次数是5
多项式的命名	通常以它的 项数 和 次数 来命名，称几次几项式.	$x^2y^3 + 2mn - 5$ 是五次三项式

栗子5

7. 在下列式子 $\frac{1}{2}ab$ ， $\frac{a+b}{\pi}$ ， $ab^2 + b + 1$ ， $\frac{3}{x} + \frac{2}{y}$ ， $x^2 + x^3 - 6$ 中，多项式有（ ）.
- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【备注】 π 是无限不循环小数，所以 $\frac{a+b}{\pi}$ 是多项式。

【答案】B

【解析】几个单项式的和为多项式，多项式必须为整式，所以题中的多项式有： $\frac{a+b}{\pi}$ ， $ab^2 + b + 1$ ， $x^2 + x^3 - 6$ ，共3个.

【标注】【知识点】多项式的定义

栗子6

8. 下列说法正确的是() .

A. 单项式 $3ab$ 的次数是1

B. $3a - 2a^2b + 2ab$ 是三次三项式

C. 单项式 $\frac{2ab}{3}$ 的系数是2

D. $3ab, 5$ 是多项式 $3ab - 5$ 的项

【答案】 B

【解析】 A 选项：单项式 $3ab$ 的次数是2，故此选项错误；

B 选项： $3a - 2a^2b + 2ab$ 是三次三项式，故此选项正确；

C 选项：单项式 $\frac{2ab}{3}$ 的系数是 $\frac{2}{3}$ ，故此选项错误；

D 选项： $3ab, -5$ 是多项式 $3ab - 5$ 的项，故此选项错误 .

故选 B .

【标注】【知识点】多项式的次数

9. $5x^3 - 3x^4 - 0.1x + 2^5$ 是 _____ 次多项式，最高次项的系数是 _____，常数项是 _____，系数最小的项的系数是 _____ .

【备注】系数得带上前面的符号。

【答案】 四；-3；32；-3

【标注】【知识点】多项式的次数

栗子7

10. 若多项式 $(|k| - 2)x^3 + (k - 2)x^2 - 2x - 6$ 是关于 x 的二次多项式，则 k 的值是() .

A. -2

B. 2

C. ± 2

D. 不确定

【备注】该多项式是二次多项式，所以不含 x^3 的项，使其系数为零。

【答案】 A

【解析】若多项式 $(|k| - 2)x^3 + (k - 2)x^2 - 2x - 6$ 是关于 x 的二次多项式，

$$|k| - 2 = 0, k - 2 \neq 0,$$

$$k = -2.$$

故答案为A.

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

11. 已知关于 x 的多项式 $x^m + (n-2)x - 1$ 是一个三次二项式, 求 $m^2 - n^2$ 的值.

【答案】 5.

【解析】 $\because$ 多项式 $x^m + (n-2)x - 1$ 是一个三次二项式,

$$\therefore m = 3 \text{ 且 } n - 2 = 0,$$

$$\therefore m = 3, n = 2,$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 9 - 4 = 5.$$

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

栗子8

12. 已知多项式 $-x^2y^{2m+1} + xy - 6x^3 - 1$ 是五次四项式, 且单项式 $\pi x^n y^{4m-3}$ 与多项式的次数相同, 求 m, n 的值.

【答案】 $m = 1, n = 4$.

【解析】 $\because$ 多项式 $-x^2y^{2m+1} + xy - 6x^3 - 1$ 是五次四项式, 且单项式 $\pi x^n y^{4m-3}$ 与多项式的次数相同,

$$\therefore 2 + 2m + 1 = 5, n + 4m - 3 = 5,$$

$$\text{解得 } m = 1, n = 4.$$

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

栗子9

13. 请回答下列各题:

(1) 关于 x, y 的多项式 $(3a+2)x^2 + (9a+10b)xy - x + 2y + 7$ 不含二次项, 求 $3a - 5b$ 的值.

【备注】 不含某一项, 让其系数为零

【答案】(1) -5.

【解析】(1) 由题意可得, $3a + 2 = 0$ 且 $9a + 10b = 0$,
所以 $3a = -2$, $9a = -6$, $10b = 6$, $5b = 3$.
所以 $3a - 5b = -2 - 3 = -5$.

【标注】【知识点】由多项式的项和次数求参数的值

三、升幂和降幂排列

	定义	举例
升幂排列	按照某个字母的指数_____的顺序排列, 叫做这个多项式按这个字母升幂排列	
降幂排列	按照某个字母的指数_____的顺序排列, 叫做这个多项式按这个字母降幂排列	

【备注】1、若按照某个字母的指数从小到大的顺序排列, 叫做这个多项式按这个字母升幂排列;
若按照某个字母的指数从大到小的顺序排列, 叫做这个多项式按这个字母降幂排列.

注意①各项移动时要连同它前边的符号一起移动.

②某项前的符号是"+", 在第一项的位置时, 正号可省略, 其他位置不能省略, 排列时注意添加或省略.

③含有多个字母的多项式, 注意“按某一字母”升幂或降幂排列.

2、关于多项式 $-4x^3y^2 + 5xy^3 - 1 + 3x^2y$ 按 x 进行升幂排序:

$$-1 - 5xy^3 + 3x^2y^2 - 4x^3y^3$$

按 x 进行降幂排序: $-4x^3y^2 + 3x^2y - 5xy^3 - 1$

栗子10

14. 把多项式 $2x^2 - y^2 + 2xy + 4x^3y^3$ 按字母 x 升幂排列 _____.

【备注】学生再按 x 降幂排列、按 y 进行升序和降序排列。

【答案】 $-y^2 + 2xy + 2x^2 + 4x^3y^3$

【解析】 多项式 $2x^2 - y^2 + 2xy + 4x^3y^3$ 中每一项 x 的次数分别为 2、0、1、3，
故按 x 升幂排列为： $-y^2 + 2xy + 2x^2 + 4x^3y^3$ 。

【标注】【知识点】多项式升幂降幂排列